

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ: Ηλεκτρικές Εγκαταστάσεις & Αυτοματισμοί (ELEC 0101)

ΔΙΔΑΣΚΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: Γιάννης Ιωακείμ

ΜΑΘΗΜΑ - Μαθηματικά

1^η Εργασία (Ενότητα: 3 – Γεωμετρία)

Παράδοση: Παρασκευή 11 Οκτ. 2024

Να απαντήσετε σε όλες τις ερωτήσεις.

Ερώτηση 1

Να συμπληρώσετε τον πιο κάτω πίνακα:

m^2	dm^2	cm^2	mm^2
7.8	780	78000	7800000
3.7	370	37000	3700000
0.149	14.9	1490	149000
1,269808	126,9808	12698,08	1269808

(Μονάδες: 12×0.5)

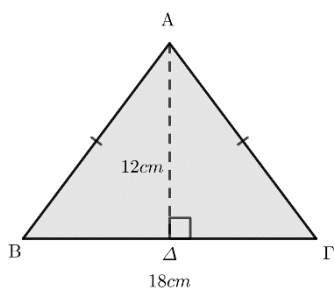
Κανόνες μετασχηματισμού:

$m^2 \times 100 = dm^2$	$m^2 \times 10000 = cm^2$	$m^2 \times 1000000 = mm^2$
$dm^2 \times 100 = cm^2$	$dm^2 : 100 = m^2$	$dm^2 \times 10000 = mm^2$
$cm^2 : 10000 = m^2$	$cm^2 : 100 = dm^2$	$cm^2 \times 100 = mm^2$
$mm^2 : 1000000 = m^2$	$mm^2 : 10000 = dm^2$	$mm^2 : 100 = cm^2$

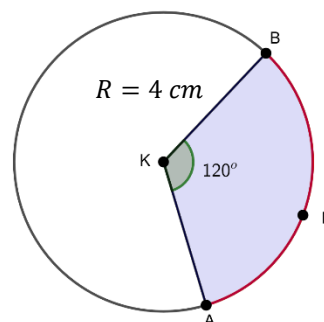
Ερώτηση 2

Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο των πιο κάτω σκιασμένων χωρίων:

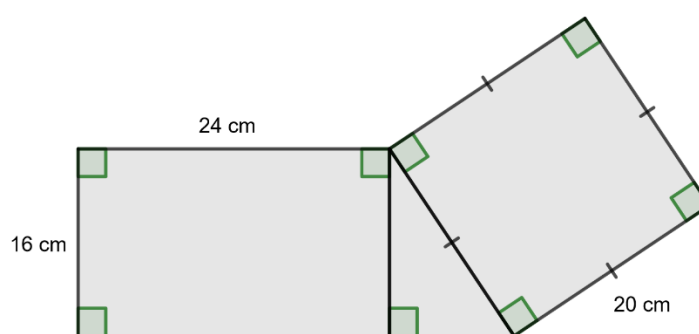
(α)



(β)



(γ)



(Μονάδες: 4/4/6)

Απάντηση

(α) AΔ διάμεσος του τριγώνου ABΓ.

Άρα,

$$(ΔΓ) = \frac{(BΓ)}{2} = \frac{18}{2} = 9 \text{ cm}$$

Πυθαγόρειο Θεώρημα στο τρίγωνο ABΓ:

$$(AΔ)^2 + (ΓΔ)^2 = (AΓ)^2 \Rightarrow 12^2 + 9^2 = x^2 \\ \Rightarrow 144 + 81 = x^2$$

$$\Rightarrow x^2 = 225 \Rightarrow x = \sqrt{225} = 15 \text{ cm}$$

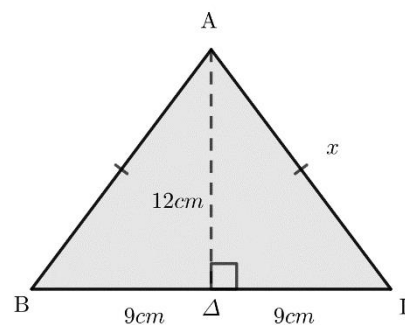
ABΓ ισοσκελές $\Rightarrow (AB) = (AΓ) = 15 \text{ cm}$

Συνεπώς, για το εμβαδόν του τριγώνου:

$$E = \frac{\beta \cdot v}{2} = \frac{(BΓ) \cdot (AΔ)}{2} = \frac{18 \cdot 12}{2} = 108 \text{ cm}^2$$

και για την περίμετρό του:

$$\Pi = (AB) + (AΓ) + (BΓ) = 2 \cdot 15 + 18 = 48 \text{ cm}$$



(β) (Το σκιασμένο χωρίο είναι κυκλικός τομέας)

$R = 4 \text{ cm}$ (η ακτίνα του κύκλου)

$\mu^\circ = 120^\circ$

Άρα,

$$E_{\text{κυκλικού τομέα}} = \frac{\mu^\circ}{360^\circ} \pi R^2 = \frac{120^\circ}{360^\circ} \pi 4^2 = \frac{16\pi}{3} \text{ cm}^2$$

Βρίσκω το μήκος του τόξου AGB :

$$\gamma = \frac{\mu^\circ}{180^\circ} \pi R = \frac{120^\circ}{180^\circ} \pi 4 = \frac{2}{3} \pi 4 \text{ cm} = \frac{8\pi}{3} \text{ cm}$$

Έτσι, το μήκος του γραμμοσκιασμένου σχήματος είναι:

$$M = \gamma + 2R = \frac{8\pi}{3} + 8 = 8 \left(\frac{\pi}{3} + 1 \right) \text{ cm}$$

(γ) **Σχήμα 1=ορθογώνιο**

$\alpha = 24 \text{ cm}, \quad \beta = 16 \text{ cm}$

Άρα,

$$E_1 = \alpha \cdot \beta = 24 \cdot 16 = 384 \text{ cm}^2$$

Σχήμα 2=ορθογώνιο τρίγωνο

Πυθαγόρειο Θεώρημα:

$$16^2 + x^2 = 20^2$$

$$\Rightarrow 256 + x^2 = 400$$

$$\Rightarrow x^2 = 400 - 256 = 144$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{144} = 12 \text{ cm}$$

Άρα,

$$E_2 = \frac{\beta \cdot v}{2} = \frac{12 \cdot 16}{2} = 96 \text{ cm}^2$$

Σχήμα 3=τετράγωνο

$\alpha = 20 \text{ cm}$

Άρα,

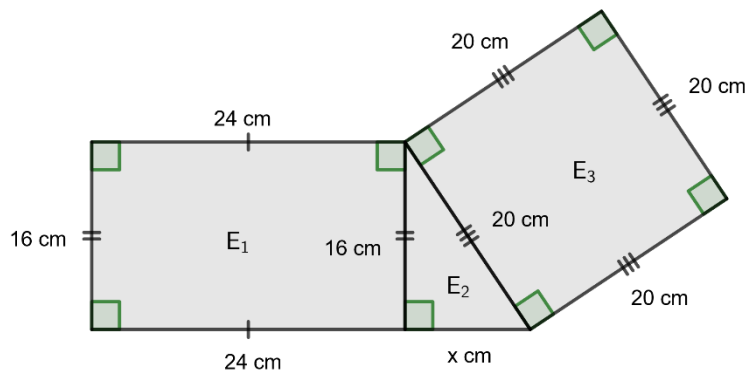
$$E_3 = \alpha^2 = 20^2 = 400 \text{ cm}^2$$

Συνεπώς,

$$E_{\text{γράμμ.}} = E_1 + E_2 + E_3 = 384 + 96 + 400 = 880 \text{ cm}^2$$

και

$$\Pi_{\text{γράμμ.}} = 2 \cdot 24 + 16 + 12 + 3 \cdot 20 = 136 \text{ cm}$$



Ερώτηση 3

(α) Να βρείτε τη βάση τριγώνου και το αντίστοιχο σε αυτή ύψος τριγώνου, αν η βάση του είναι 4-πλάσια του ύψους της και το εμβαδόν του είναι ίσο με 32 m^2 .

(Μονάδες: 4)

(β) Αν το εμβαδόν ενός ορθογωνίου τριγώνου είναι ίσο με 24 cm^2 και η υποτείνουσά του είναι ίση με 8 cm , να βρείτε το ύψος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα.

(Μονάδες: 4)

(γ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν τετραγώνου το οποίο έχει διαγώνιο $5\sqrt{2} \text{ cm}$.

(Μονάδες: 7)

Απάντηση

(α)	Δ	Z
	$\beta = 4v$	$\beta = ;$
	$E = 32 \text{ m}^2$	$v = ;$

$$E = 32 \text{ m}^2 \Leftrightarrow \frac{\beta \cdot v}{2} = 32 \Leftrightarrow \frac{4v \cdot v}{2} = 32$$

$$\Leftrightarrow 2v^2 = 32 \Leftrightarrow v^2 = 16$$

$$\Leftrightarrow \boxed{v = \sqrt{16} = 4 \text{ m}}$$

Τότε,

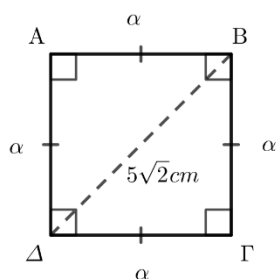
$$\boxed{\beta = 4v = 4 \cdot 4 = 16 \text{ m}}$$

Δ	Ζ
$\beta = 8 \text{ cm}$	$v = ;$
$E = 24 \text{ cm}^2$	

$$E = 24 \text{ m}^2 \Leftrightarrow \frac{\beta \cdot v}{2} = 24 \Leftrightarrow \frac{8 \cdot v}{2} = 24$$

$$\Leftrightarrow 4v = 24 \Leftrightarrow \boxed{v = 6 \text{ cm}}$$

(γ)



Πυθαγόρειο Θεώρημα στο τρίγωνο $B\Gamma\Delta$:

$$\alpha^2 + \alpha^2 = (5\sqrt{2})^2$$

$$\Rightarrow 2\alpha^2 = 25 \cdot 2 \Rightarrow \alpha^2 = 25$$

$$\Rightarrow \alpha = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

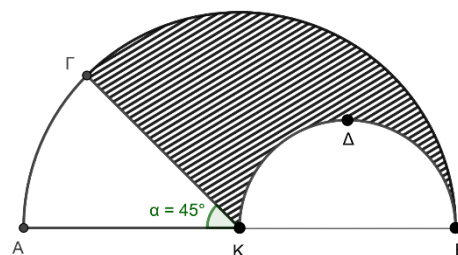
Άρα,

$$\boxed{E_{\text{τετραγώνου}} = \alpha^2 = 25 \text{ cm}^2.}$$

Ερώτηση 4

Στο διπλανό σχήμα δίνεται ημικύκλιο $A\Gamma B$ με κέντρο το σημείο K και διάμετρο $AB = 6 \text{ cm}$ και ημικύκλιο $K\Delta B$ με διάμετρο την KB .

Αν $\widehat{AK\Gamma} = 45^\circ$, να υπολογίσετε το **εμβαδόν** και την **περίμετρο** της σκιασμένης επιφάνειας.



(Μονάδες: 15)

Απάντηση

$$(AB) = 6 \text{ cm} \Rightarrow (AK) = (KB) = 3 \text{ cm}$$

$$\gamma_1 = \text{μικρό τόξο } A\Gamma, \quad \gamma_2 = \text{τόξο } K\Delta B, \quad \gamma = \text{τόξο } A\Gamma B$$

$$\text{Κυκλικός τομέας } K\Delta\Gamma: R_1 = (AK) = 3 \text{ cm}$$

Μήκος:

$$\gamma_1 = \frac{\mu^\circ}{180^\circ} \pi R_1 = \frac{45^\circ}{180^\circ} \pi R_1 = \frac{3\pi}{4} \text{ cm}$$

$$\text{Ημικύκλιο } K\Delta B: R_2 = \frac{(KB)}{2} = \frac{3}{2} \text{ cm}$$

Μήκος:

$$\gamma_2 = \frac{\mu^\circ}{180^\circ} \pi R_2 = \frac{180^\circ}{180^\circ} \pi R_2 = \frac{3\pi}{2} \text{ cm}$$

Ημικύκλιο AGB : $R = (AK) = 3 \text{ cm}$

$$\gamma = \pi R = 3\pi \text{ cm}$$

Έχουμε:

$$\begin{aligned} E_{\gamma\text{ράμμ.}} &= E_{\eta\mu\kappa\upsilon\kappa\lambda\iota\omicron\upsilon \text{ } AGB} - E_{\kappa\upsilon\kappa\lambda\iota\kappa\omicron\upsilon \text{ } \tau\omicron\mu\acute{\epsilon}\alpha \text{ } AK\Gamma} - E_{\eta\mu\kappa\upsilon\kappa\lambda\iota\omicron\upsilon \text{ } K\Delta B} \\ &= \frac{1}{2} \pi R^2 - \frac{\mu^\circ}{360^\circ} \pi R_1^2 - \frac{1}{2} \pi R_2^2 \\ &= \frac{1}{2} \pi 3^2 - \frac{45^\circ}{360^\circ} \pi 3^2 - \frac{1}{2} \pi \left(\frac{3}{2}\right)^2 \\ &= \frac{9\pi}{2} - \frac{9\pi}{8} - \frac{9\pi}{8} = \frac{18\pi}{8} = \frac{9\pi}{4} \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

και

$$\begin{aligned} \Pi_{\gamma\text{ράμμ.}} &= A = (K\Gamma) + \gamma_3 + \gamma_2 = R_1 + \gamma - \gamma_1 + \gamma_2 \\ &= 3 + 3\pi - \frac{3\pi}{4} + \frac{3\pi}{2} \\ &= 3 + \frac{15\pi}{4} \text{ cm.} \end{aligned}$$

Διαφορετικά, $\widehat{K\Gamma B} - 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$

και άρα

$$\gamma_3 = \frac{\mu^\circ}{180^\circ} \pi R_1 = \frac{135^\circ}{180^\circ} \pi 3 = \frac{3\pi}{4} 3 = \frac{9\pi}{4} \text{ cm}$$

