



Δημόσια Σχολή Ανώτερης Επαγγελματικής Εκπαίδευσης και Κατάρτισης
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΤΕΧΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΚΑΙ ΚΑΤΑΡΤΙΣΗΣ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ

Ενδιάμεση εξέταση Χειμερινού Εξαμήνου Ακαδημαϊκού Έτους 2024- 2025

Πρόγραμμα Σπουδών: Ηλεκτρικές Εγκαταστάσεις & Αυτοματισμοί (ELEC)

Μάθημα: Μαθηματικά

Διδάσκων: Γιάννης Ιωακείμ

Ημερομηνία & Ώρα εξέτασης: Πέμπτη, 31 Νοε. 2024, 17:00-18:30

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ 2 ΜΕΡΗ

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να απαντήσετε σε **ΟΛΕΣ** τις ερωτήσεις.
2. Όλες οι απαντήσεις να δοθούν στις σελίδες του εξεταστικού δοκιμίου το οποίο θα επιστραφεί.
3. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

Ονοματεπώνυμο σπουδαστή/τριας:

.....

Βαθμός:/100 Ολογράφως:/εκατόν

Υπογραφή Καθηγητή:

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 10 σελίδες.

Μέρος Α: Να λύσετε όλες τις ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 (πέντε) μονάδες.

1. (α) Να συμπληρώσετε τις πιο κάτω ισότητες:

$$1,5 \text{ m} = \dots\dots 1500 \dots\dots \text{ mm} \quad (1 \text{ m} = 1000 \text{ mm})$$

$$25 \text{ mm} = \dots\dots 0.025 \dots\dots \text{ m} \quad (1 \text{ mm} = 0.001 \text{ m})$$

$$12400 \text{ cm}^2 = \dots 124 \dots\dots \text{ dm}^2 \quad (1 \text{ cm} = 0.01 \text{ dm})$$

(Μονάδες: 3x1)

(β) Να μετασχηματίσετε ως προς το γράμμα x την πιο κάτω ισότητα:

$$y = 2(x - 1) + w$$

(Μονάδες: 2)

Απάντηση

$$y = 2(x - 1) + w \Leftrightarrow y - w = 2(x - 1) \Leftrightarrow \frac{y - w}{2} = x - 1 \Leftrightarrow x = \frac{y - w}{2} + 1$$

ή (κάνοντας ομώνυμα)

$$x = \frac{y - w + 2}{2}$$

2. Να κάνετε τις πιο κάτω πράξεις χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής (η απάντησή σας να δοθεί στην πιο απλοποιημένη μορφή):

(Μονάδες: 1/1/1/2)

(α) $\frac{1}{5} + 1\frac{4}{5} = \frac{1}{5} + \frac{9}{5} = \frac{10}{5} = 2$

(β) $\frac{3}{8} \cdot \frac{16}{27} = \frac{2}{9}$

ή (πολλαπλασιασμός κλασμάτων)

$$\frac{3}{8} \cdot \frac{16}{27} = \frac{3 \cdot 16}{8 \cdot 27} = \frac{2}{9}$$

(γ) $\frac{25}{13} : \frac{5}{2} = \frac{25}{13} \cdot \frac{2}{5} = \frac{10}{13}$

■

$$(δ) \quad \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{4}}{\frac{1}{3} - \frac{1}{6}} = \frac{\frac{2-1}{4}}{\frac{2-1}{6}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{6}} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

ή

$$\frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{4}}{\frac{1}{3} - \frac{1}{6}} = \frac{\frac{2}{4} - \frac{1}{4}}{\frac{2}{6} - \frac{1}{6}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{6}} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

3. Για να βαφτεί ένας τοίχος συνολικής επιφάνειας 9 m^2 χρειάζονται 4 λίτρα μπογιάς. Πόσα λίτρα μπογιάς χρειάζονται για να βαφτεί τοίχος συνολικής επιφάνειας 27 m^2 ;

Απάντηση

Τα ποσά (εμβαδόν επιφάνειας και λίτρα μπογιάς) είναι ευθέως ανάλογα

λίτρα μπογιάς	εμβαδόν επιφάνειας (m^2)
4	9
x	27

ή

λίτρα μπογιάς	4	x
εμβαδόν επιφάνειας (m^2)	9	27

Έχουμε

$$\frac{4}{x} = \frac{9}{27} \Leftrightarrow 4 \cdot 27 = 9x \Leftrightarrow x = 12 \text{ λίτρα}$$

4. Να λυθεί η πιο κάτω εξίσωση:

$$7x - 4 = 2(x + 3) + 5$$

Απάντηση

$$7x - 4 = 2(x + 3) + 5 \Leftrightarrow 7x - 4 = 2x + 6 + 5$$

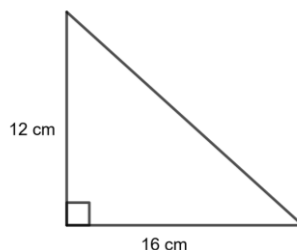
$$\Leftrightarrow 7x - 4 = 2x + 11$$

$$\Leftrightarrow 5x = 15$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{15}{5}$$

$$\Leftrightarrow x = 3$$

5. Να υπολογίσετε την περίμετρο του πιο κάτω τριγώνου:



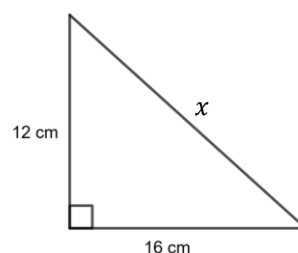
Απάντηση

Πυθαγόρειο Θεώρημα:

$$\begin{aligned}x^2 &= 12^2 + 16^2 \Leftrightarrow x^2 = 144 + 256 \\&\Leftrightarrow x^2 = 400 \\&\Leftrightarrow x = \sqrt{400} = 20 \text{ cm}\end{aligned}$$

Άρα,

$$\Pi = 12 + 16 + 20 = 48 \text{ cm}$$



6. Να λύσετε το πιο κάτω σύστημα:

$$\begin{aligned}4x + 3y &= -8 \\5x + y &= 1\end{aligned}$$

Απάντηση

(με τη μέθοδο των αντίθετων συντελεστών)

$$\begin{array}{rcl}4x + 3y = -8 & \left| \begin{array}{c} 5 \\ -4 \end{array} \right| & 20x + 15y = -40 \\5x + y = 1 & \left| \begin{array}{c} -4 \\ 5 \end{array} \right| & -20x - 4y = -4\end{array} \quad +$$

$$\begin{aligned}11y &= -44 \\&\Rightarrow y = -\frac{44}{11} = -4\end{aligned}$$

Αντικαθιστώ στην πρώτη εξίσωση:

$$5x - 4 = 1 \Rightarrow 5x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{5} = 1$$

Άρα, η λύση του συστήματος είναι η:

$$(x, y) = (1, -4)$$

(με τη μέθοδο της αντικατάστασης)

$$5x + y = 1 \Rightarrow y = 1 - 5x$$

Αντικαθιστώ στην πρώτη εξίσωση:

$$4x + 3(1 - 5x) = -8$$

$$\Rightarrow 4x + 3 - 15x = -8 \Rightarrow -11x = -8 - 3 \Rightarrow -11x = -11 \Rightarrow x = \frac{-11}{-11} = 1$$

Αντικαθιστώ στην $y = 1 - 5x$:

$$y = 1 - 5 \cdot 1 = 1 - 5 = -4$$

Άρα, η λύση του συστήματος είναι η:

$$(x, y) = (1, -4)$$

■

7. Να υπολογίσετε την πλευρά και την περίμετρο τετραγώνου με εμβαδόν $E = 64 \text{ cm}^2$.

Απάντηση

$$E = \alpha^2 \Rightarrow \alpha^2 = 64 \Rightarrow \alpha = \sqrt{64} = 8 \text{ cm}$$

και

$$\Pi = 4\alpha = 4 \cdot 8 = 32 \text{ cm}$$

■

8. Να λύσετε την πιο κάτω εξίσωση:

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

Απάντηση

$$\alpha = 1, \quad \beta = -6, \quad \gamma = 8$$

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8 = 36 - 32 = 4 > 0$$

και άρα

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma}}{2\alpha} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{4}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm 2}{2}$$

δηλαδή

$$\boxed{x_1 = \frac{6+2}{2} = \frac{8}{2} = 4}, \quad \boxed{x_2 = \frac{6-2}{2} = \frac{4}{2} = 2}$$

■

9. Ο κ. Αντρέας υπολόγισε ότι για να ολοκληρωθούν οι εργασίες στο σπίτι του εντός 15 ημερών, απαιτούνται 12 εργάτες. Πόσους εργάτες πρέπει να προσλάβει, έτσι ώστε να ολοκληρώσει τις εργασίες αυτές εντός 3 ημερών;

Απάντηση

Τα ποσά (ημέρες και εργάτες) είναι αντιστρόφως ανάλογα

εργάτες	μέρες
12	15
x	3

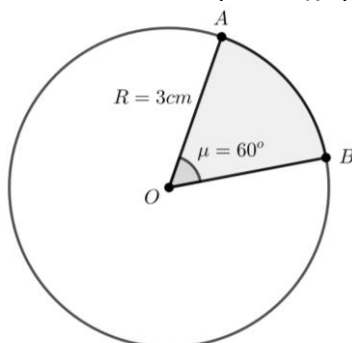
ή

εργάτες	12	x
μέρες	15	3

Έχουμε

$$\frac{12}{x} = \frac{3}{15} \Leftrightarrow 12 \cdot 15 = 3x \Leftrightarrow x = 60 \text{ εργάτες}$$

10. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του πιο κάτω σκιασμένου χωρίου:



Απάντηση

Το σκιασμένο χωρίο είναι ένας κυκλικός τομέας.

$$E = \frac{\mu^\circ}{360^\circ} \pi R^2 = \frac{60^\circ}{360^\circ} \pi \cdot 3^2 = \frac{1}{6} \pi 9 = \frac{3\pi}{2} \text{ cm}^2$$

Τέλος Α' Μέρους

Ακολουθεί το Β' μέρος

Μέρος Β': Αποτελείται από πέντε (5) ερωτήσεις.

[50 ΜΟΝΑΔΕΣ]

Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\left(4 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{3}{7}\right) - \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{3}\right) : \left(\frac{3}{10}\right) + \frac{2}{9} =$$

Απάντηση

$$\begin{aligned} \left(4 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{3}{7}\right) - \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{3}\right) : \left(\frac{3}{10}\right) + \frac{2}{9} &= \left(\frac{8-1}{2}\right) \cdot \left(\frac{3}{7}\right) - \left(\frac{6-5}{15}\right) \cdot \left(\frac{10}{3}\right) + \frac{2}{9} \\ &= \frac{7}{2} \cdot \frac{3}{7} - \frac{1}{15} \cdot \frac{10}{3} + \frac{2}{9} = \frac{3}{2} - \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} + \frac{2}{9} = \frac{3}{2} - \frac{2}{9} + \frac{2}{9} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

■

2. (α) Να λύσετε την εξίσωση:

$$3x^2 + 2x - 1 = 0.$$

(Μονάδες: 7)

(β) Να προσδιορίσετε το είδος των ριζών της πιο κάτω εξίσωσης:

$$5x^2 - 2x + 3 = 0.$$

(Μονάδες: 3)

Απάντηση

(α) $\alpha = 3$, $\beta = 2$, $\gamma = -1$

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-1) = 4 + 12 = 16 > 0$$

και άρα

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma}}{2\alpha} = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 3} = \frac{-2 \pm 4}{6}$$

δηλαδή

$$\boxed{x_1 = \frac{-2+4}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}}, \quad \boxed{x_2 = \frac{-2-4}{6} = \frac{-6}{6} = -1}$$

(β) $\alpha = 5$, $\beta = -2$, $\gamma = 3$

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-2)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 3 = 4 - 60 = -56 < 0$$

και άρα η εξίσωση δεν έχει πραγματικές λύσεις (έχει μιγαδικές συζυγείς λύσεις).

■

3. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:

(α) $2(5x + 4) - 11x = 2(3x + 4)$

(Μονάδες: 4)

(β) $\frac{4x + 3}{3} - \frac{x + 1}{6} = \frac{3x}{2} - \frac{5}{6}$

(Μονάδες: 6)

Απάντηση

(α) $2(5x + 4) - 11x = 2(3x + 4) \Leftrightarrow 10x + 8 - 11x = 6x + 8$

$$\Leftrightarrow -x + 8 = 6x + 8$$

$$\Leftrightarrow 7x = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0$$

(β) $\frac{4x + 3}{3} - \frac{x + 1}{6} = \frac{3x}{2} - \frac{5}{6} \Leftrightarrow \frac{2(4x + 3) - (x + 1)}{6} = \frac{9x - 5}{6}$

$$\Leftrightarrow 2(4x + 3) - (x + 1) = 9x - 5$$

$$\Leftrightarrow 8x + 6 - x - 1 = 9x - 5$$

$$\Leftrightarrow 7x + 5 = 9x - 5$$

$$\Leftrightarrow 7x - 9x = -5 - 5$$

$$\Leftrightarrow -2x = -10$$

$$\Leftrightarrow \frac{-2x}{-2} = \frac{-10}{-2}$$

$$\Leftrightarrow x = 5 \quad \blacksquare$$

4. Να λύσετε το πιο κάτω πρόβλημα με τη βοήθεια συστήματος:

Να βρείτε δύο αριθμούς για τους οποίους γνωρίζουμε ότι το τριπλάσιο του πρώτου με το διπλάσιο του δεύτερου έχουν άθροισμα 45 και το τετραπλάσιο του πρώτου με το πενταπλάσιο του δεύτερου έχουν διαφορά 14.

Απάντηση

Έστω x και y οι ζητούμενοι αριθμοί.

Καταλήγουμε στο σύστημα:

$$3x + 2y = 45$$

$$4x - 5y = 14$$

(με τη μέθοδο των αντίθετων συντελεστών)

$$\begin{array}{rcl} 3x + 2y = 45 & \left| \begin{array}{c} -4 \\ 3 \end{array} \right| & \begin{array}{l} -12x - 8y = -180 \\ 12x - 15y = 42 \end{array} \\ 4x - 5y = 14 & & \end{array} \quad +$$

$$\begin{array}{r} -23y = -138 \\ -138 \\ \hline -23 \end{array} \Rightarrow y = \frac{-138}{-23} = 6$$

Αντικαθιστώ στην πρώτη εξίσωση:

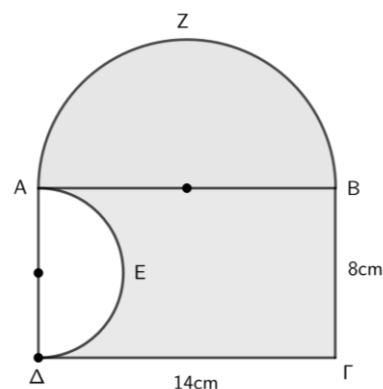
$$3x + 2 \cdot 6 = 45 \Rightarrow 3x + 12 = 45 \Rightarrow 3x = 45 - 12 \Rightarrow 3x = 33 \Rightarrow x = \frac{33}{3} = 11$$

Άρα, οι αριθμοί που γυρεύουμε είναι οι:

$$x = 11, \quad y = 6.$$



5. Στο διπλανό σχήμα, το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με πλευρές $\Gamma\Delta = 14 \text{ cm}$ και $B\Gamma = 8 \text{ cm}$. Από την κορυφή A φέρουμε το ημικύκλιο $AE\Delta$ και το ημικύκλιο AZB . Να υπολογίσετε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου σχήματος.



Απάντηση

<u>Ημικύκλιο ΑΕΔ</u> $R_1 = \frac{(AD)}{2} = \frac{(BG)}{2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ cm}$ $E_{\eta\mu. \text{ AED}} = \frac{1}{2}\pi R_1^2 = \frac{1}{2}\pi 4^2 = 8\pi \text{ cm}^2$	<u>Ορθογώνιο ΑΒΓΔ</u> $E_{AB\Gamma\Delta} = \alpha\beta = 14 \cdot 8 = 112 \text{ cm}^2$
<u>Ημικύκλιο ΑΖΒ</u> $R_2 = \frac{(AB)}{2} = \frac{(\Gamma\Delta)}{2} = \frac{14}{2} = 7 \text{ cm}$ $E_{\eta\mu. \text{ AZB}} = \frac{1}{2}\pi R_2^2 = \frac{1}{2}\pi 7^2 = \frac{49\pi}{2} \text{ cm}^2$	Άρα, $E_{\gamma\gamma\alpha\mu\mu.} = E_{AB\Gamma\Delta} + E_{\eta\mu. \text{ AZB}} - E_{\eta\mu. \text{ AED}}$ $= 112 + \frac{49\pi}{2} - 8\pi = 112 + \frac{33\pi}{2} \text{ cm}^2$

■

Τέλος Β' Μέρους

- ΤΕΛΟΣ -

Εισηγητής:

Έγκριση από:

Ιωάννης Ιωακείμ

Θεόδωρος Αναστασιάδης
Ακαδημαϊκός/Τοπικός Συντονιστής