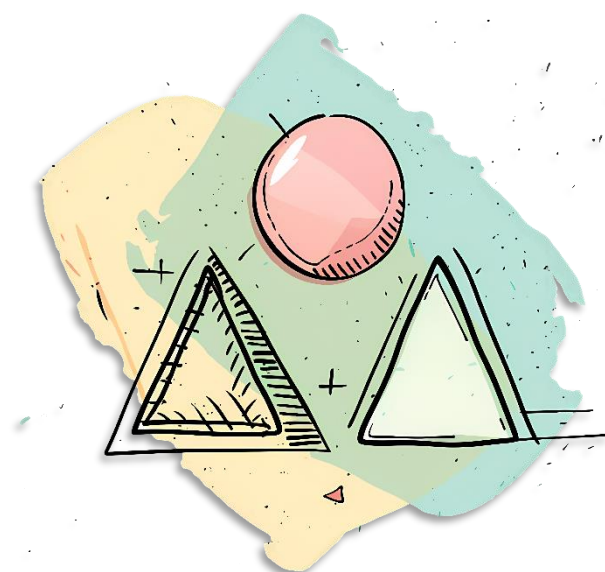


Διάφορες ασκήσεις στη Γεωμετρία



Επιμέλεια λύσεων: Γιάννης Ιωακείμ

A. Παραλληλόγραμμο

1. (α) Να υπολογίσετε το εμβαδόν παραλληλογράμμου που έχει βάση ίση με $8cm$ και αντίστοιχο ύψος ίσο με $5cm$.

Απάντηση

Δ	Z
$\beta = 8cm$ $v = 5cm$	$E = ;$

$$E = \beta \cdot v = 8 \cdot 5 = 40 cm^2$$

- (β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν παραλληλογράμμου που έχει βάση ίση με $15cm$ και αντίστοιχο ύψος ίσο με $12cm$.

Απάντηση

Δ	Z
$\beta = 15cm$ $v = 12cm$	$E = ;$

$$E = \beta \cdot v = 15 \cdot 12 = 180 cm^2$$

2. (α) Αν το εμβαδόν παραλληλογράμμου είναι ίσο με $45cm^2$ και το ένα του ύψος είναι ίσο με $5cm$, να βρείτε την αντίστοιχη βάση.

Απάντηση

Δ	Z
$E = 45cm^2$ $v = 5cm$	$\beta = ;$

$$E = \beta \cdot v \Leftrightarrow 45 = 5\beta$$

$$\Leftrightarrow \beta = \frac{45}{5} = 9cm$$

- (β) Αν το εμβαδόν παραλληλογράμμου είναι ίσο με $24cm^2$ και μια πλευρά είναι ίση με $8cm$, να βρείτε το ύψος που αντιστοιχεί στη βάση αυτή.

Απάντηση

Δ	Z
$E = 24cm^2$ $\beta = 8cm$	$v = ;$

$$E = \beta \cdot v \Leftrightarrow 24 = 8v$$

$$\Leftrightarrow v = \frac{24}{8} = 3cm$$

3. (α) Αν το εμβαδόν παραλληλογράμμου είναι ίσο με $72m^2$ και η βάση του είναι διπλάσια του αντίστοιχού της ύψους, να βρείτε τη βάση του και το αντίστοιχο ύψος.

Απάντηση

Δ	z
$E = 72cm^2$ $\beta = 2v$	$\beta = ;$ $v = ;$

$$E = \beta \cdot v \Leftrightarrow 72 = 2v \cdot v$$

$$\Leftrightarrow v^2 = \frac{72}{2} = 36$$

$$\Leftrightarrow v = \sqrt{36} = 6 \text{ cm}$$

και

$$\beta = 2v = 2 \cdot 6 = 12 \text{ cm}$$

(β) Αν το ύψος παραλληλογράμμου είναι ίσο με το τριπλάσιο της αντίστοιχης βάσης και το εμβαδόν του ίσο με $27m^2$, να βρεθεί η βάση αυτή και το αντίστοιχο ύψος.

Απάντηση

Δ	z
$E = 27cm^2$ $v = 3\beta$	$\beta = ;$ $v = ;$

$$E = \beta \cdot v \Leftrightarrow 27 = 3\beta \cdot \beta$$

$$\Leftrightarrow \beta^2 = \frac{27}{3} = 9$$

$$\Leftrightarrow \beta = \sqrt{9} = 3 \text{ cm}$$

και

$$v = 3\beta = 3 \cdot 3 = 9 \text{ cm}$$

B. Ορθογώνιο

1. Να βρείτε την περίμετρο και το εμβαδό ορθογωνίου, του οποίου το μήκος είναι ίσο με $8cm$ και το πλάτος του ίσο με $3cm$.

Απάντηση

Δ	z
$\alpha = 8 \text{ cm}$ $\beta = 3 \text{ cm}$	$\Pi = ;$ $E = ;$

$$\begin{aligned} \Pi &= 2(\alpha + \beta) = 2(8 + 3) \\ &= 2 \cdot 11 = 22 \text{ cm} \end{aligned}$$

και

$$E = \alpha\beta = 8 \cdot 3 = 24 \text{ cm}^2$$

2. Να βρείτε το πλάτος και την περίμετρο ορθογωνίου, του οποίου το εμβαδόν είναι ίσο με $30m^2$ και το μήκος του ίσο με $6m$.

Απάντηση

Δ	z
$\alpha = 6 \text{ cm}$ $E = 30 \text{ cm}^2$	$\beta = ;$ $\Pi = ;$

$$E = \alpha\beta \Leftrightarrow 6\beta = 30 \Leftrightarrow \beta = 5 \text{ cm}$$

και άρα

$$\begin{aligned} \Pi &= 2(\alpha + \beta) = 2(6 + 5) \\ &= 2 \cdot 11 = 22 \text{ cm} \end{aligned}$$

3. Δίνεται ορθογώνιο με εμβαδόν ίσο με 48 cm^2 και του οποίου το μήκος είναι τριπλάσιο του πλάτους του. Να βρείτε το πλάτος, το μήκος και την περίμετρό του.

Απάντηση

Δ	Σ
$\alpha = 3\beta \text{ cm}$ $E = 48 \text{ cm}^2$	$\alpha = ;$ $\beta = ;$ $\Pi = ;$

$$E = \alpha\beta \Leftrightarrow 3\beta \cdot \beta = 48$$

$$\Leftrightarrow 3\beta^2 = 48$$

$$\Leftrightarrow \beta^2 = \frac{48}{3} = 16$$

$$\Leftrightarrow \beta = \sqrt{16} = 4 \text{ cm}$$

και άρα

$$\alpha = 3\beta = 3 \cdot 4 = 12 \text{ cm}$$

και

$$\begin{aligned} \Pi &= 2(\alpha + \beta) = 2(4 + 12) \\ &= 2 \cdot 16 = 32 \text{ cm} \end{aligned}$$

4. Να βρεθεί το εμβαδόν ορθογωνίου, του οποίου το μήκος του είναι κατά 3 cm μεγαλύτερο του πλάτους του και του οποίου η περίμετρος είναι ίση με 26 cm .

Απάντηση

Δ	Σ
$\alpha = \beta + 3$ $\Pi = 26 \text{ cm}$	$E = ;$

$$\Pi = 26 \Leftrightarrow 2(\alpha + \beta) = 26$$

$$\Leftrightarrow \alpha + \beta = 13$$

$$\Leftrightarrow \beta + 3 + \beta = 13$$

$$\Leftrightarrow 2\beta = 10 \Leftrightarrow \beta = 5 \text{ cm}$$

και άρα

$$\alpha = \beta + 3 = 5 + 3 = 8 \text{ cm}$$

και

$$E = \alpha \cdot \beta = 8 \cdot 5 = 40 \text{ cm}^2$$

Γ. Τετράγωνο

1. Να βρείτε την περίμετρο και το εμβαδό τετραγώνου με πλευρά ίση με 5 cm .

Απάντηση

Δ	Σ
$\alpha = 5 \text{ cm}$	$\Pi = ;$ $E = ;$

και

$$\Pi = 4\alpha = 4 \cdot 5 = 20 \text{ cm}$$

$$E = \alpha^2 = 5^2 = 25 \text{ cm}^2$$

2. Να βρείτε την πλευρά και την περίμετρο τετραγώνου με εμβαδόν $E = 81 \text{ cm}^2$.

Απάντηση

Δ	Σ	
$E = 81 \text{ cm}^2$	$\alpha = ;$ $\Pi = ;$	και

$$E = 81 \Leftrightarrow \alpha^2 = 81$$

$$\Leftrightarrow \alpha = \sqrt{81} = 9 \text{ cm}$$

$$\Pi = 4\alpha = 4 \cdot 9 = 36 \text{ cm}$$

3. Να βρείτε την πλευρά και το εμβαδό τετραγώνου με περίμετρο $\Pi = 20 \text{ m}$.

Απάντηση

Δ	Σ	
$\Pi = 20 \text{ m}$	$\alpha = ;$ $E = ;$	και

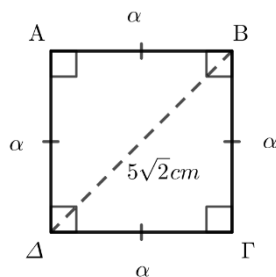
$$E = 81 \Leftrightarrow \alpha^2 = 81$$

$$\Leftrightarrow \alpha = \sqrt{81} = 9 \text{ m}$$

$$\Pi = 4\alpha = 4 \cdot 9 = 36 \text{ m}$$

4. Να υπολογίσετε το εμβαδόν τετραγώνου το οποίο έχει διαγώνιο $5\sqrt{2} \text{ cm}$.

Απάντηση



Πυθαγόρειο Θεώρημα στο τρίγωνο $B\Gamma\Delta$:

$$\alpha^2 + \alpha^2 = (5\sqrt{2})^2$$

$$\Rightarrow 2\alpha^2 = 25 \cdot 2 \Rightarrow \alpha^2 = 25$$

$$\Rightarrow \alpha = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

Άρα,

$$E_{\text{τετραγώνου}} = \alpha^2 = 25 \text{ cm}^2.$$

Δ. Τρίγωνο

1. Να βρείτε το εμβαδό τριγώνου με πλευρά ίση με 10 cm και αντίστοιχο ύψος 3 cm .

Απάντηση

Δ	Ζ	
$\beta = 10\text{ cm}$ $v = 3\text{ cm}$	$E = ;$	$E = \frac{\beta \cdot v}{2} = \frac{10 \cdot 3}{2} = 15\text{ cm}^2$

2. Να βρεθεί το ύψος τριγώνου το οποίο αντιστοιχεί σε πλευρά ίση με 6 m και εμβαδόν ίσο με 12 m^2 .

Απάντηση

Δ	Ζ	
$\beta = 6\text{ m}$ $E = 12\text{ m}^2$	$v = ;$	$E = 12\text{ m}^2 \Leftrightarrow \frac{\beta \cdot v}{2} = 12$ $\Leftrightarrow \frac{6 \cdot v}{2} = 12 \Leftrightarrow 3v = 12 \Leftrightarrow v = 4\text{ m}$

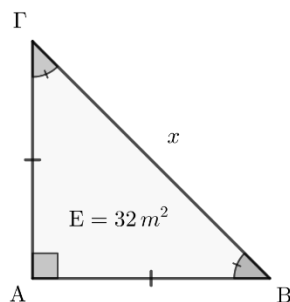
3. Αν το εμβαδόν τριγώνου είναι 40 m^2 , να υπολογιστεί η πλευρά του η οποία έχει αντίστοιχο ύψος 16 m .

Απάντηση

Δ	Ζ	
$v = 16\text{ m}$ $E = 40\text{ m}^2$	$\beta = ;$	$E = 40\text{ m}^2 \Leftrightarrow \frac{\beta \cdot v}{2} = 40$ $\Leftrightarrow \frac{\beta \cdot 16}{2} = 40 \Leftrightarrow 8\beta = 40$ $\Leftrightarrow \beta = 5\text{ m}$

4. Να υπολογίσετε το μήκος της υποτείνουσας ορθογώνιου ισοσκελούς τριγώνου που έχει εμβαδόν 32 m^2 .

Απάντηση



$$\Delta AB\Gamma \text{ ισοσκελές} \Rightarrow (AG) = (AB)$$

$$E = 32\text{ m}^2 \Leftrightarrow \frac{\beta \cdot v}{2} = 32$$

$$\Leftrightarrow \frac{(AB) \cdot (AB)}{2} = 32$$

$$\Leftrightarrow (AB)^2 = 64$$

$$\Leftrightarrow (AB) = \sqrt{64} = 8\text{ m} = (AG)$$

Πυθαγόρειο Θεώρημα στο τρίγωνο $AB\Gamma$:

$$(A\Gamma)^2 + (AB)^2 = (B\Gamma)^2 \Rightarrow 2(A\Gamma)^2 = x^2 \Rightarrow x^2 = 2 \cdot 64 \Rightarrow x = \sqrt{2 \cdot 64}$$

$$x = \sqrt{2} \cdot \sqrt{64} = 8\sqrt{2} \text{ m}$$

5. Να βρείτε τη βάση τριγώνου και το αντίστοιχο σε αυτή ύψος τριγώνου, αν η βάση του είναι 4-πλάσια του ύψους της και το εμβαδόν του είναι ίσο με 32 m^2 .

Απάντηση

Δ	z
$\beta = 4v$ $E = 32 \text{ m}^2$	$\beta = ;$

$$E = 32 \text{ m}^2 \Leftrightarrow \frac{\beta \cdot v}{2} = 32$$

$$\Leftrightarrow \frac{4v \cdot v}{2} = 32 \Leftrightarrow v^2 = 16$$

$$\Leftrightarrow v = \sqrt{16} = 4 \text{ m}$$

και άρα

$$\beta = 4v = 4 \cdot 4 = 16 \text{ m}.$$

6. (α) Να βρεθεί το εμβαδόν ισόπλευρου τριγώνου πλευράς α (Η απάντησή σας θα δοθεί προφανώς συναρτήσει του α).

(β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν ισοσκελούς τριγώνου που έχει πλευρές $AB = A\Gamma = 13 \text{ m}$ και $B\Gamma = 10 \text{ m}$.

Απάντηση

(α) Φέρουμε το ύψος AD .

Πυθαγόρειο Θεώρημα στο $A\Delta\Gamma$:

$$(A\Delta)^2 + (\Delta\Gamma)^2 = (A\Gamma)^2$$

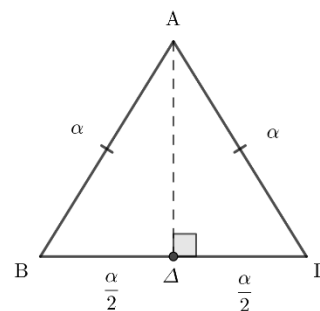
$$\Rightarrow (A\Delta)^2 + \left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 = \alpha^2$$

$$\Rightarrow (A\Delta)^2 + \frac{\alpha^2}{4} = \alpha^2$$

$$\Rightarrow (A\Delta)^2 = \alpha^2 - \frac{\alpha^2}{4} = \frac{3\alpha^2}{4}$$

$$\Rightarrow (A\Delta) = \sqrt{\frac{3\alpha^2}{4}} = \frac{\alpha\sqrt{3}}{2}$$

Συνεπώς,

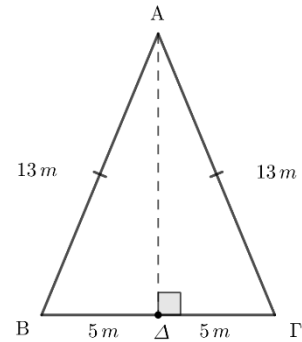


$$E = \frac{\beta \cdot v}{2} = \frac{(B\Gamma) \cdot (A\Delta)}{2} = \frac{\alpha \cdot \frac{\alpha\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{\alpha^2\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$$

(β) Φέρουμε το ύψος $A\Delta$.

Πυθαγόρειο Θεώρημα στο $A\Delta\Gamma$:

$$\begin{aligned}(A\Delta)^2 + (\Delta\Gamma)^2 &= (A\Gamma)^2 \\ \Rightarrow (A\Delta)^2 + 5^2 &= 13^2 \\ \Rightarrow (A\Delta)^2 + 25 &= 169 \\ \Rightarrow (A\Delta)^2 &= 169 - 25 = 144 \\ \Rightarrow (A\Delta) &= \sqrt{144} = 12 \text{ m}\end{aligned}$$



Συνεπώς,

$$E = \frac{\beta \cdot v}{2} = \frac{(B\Gamma) \cdot (A\Delta)}{2} = \frac{10 \cdot 12}{2} = 60 \text{ m}^2$$

7. Η βάση τριγώνου είναι 2 cm μεγαλύτερη από το αντίστοιχο ύψος του. Να βρείτε το ύψος του τριγώνου αυτού, αν το εμβαδόν του είναι 4 cm^2 .

Απάντηση

Δ	z
$\beta = 2 + v$	$v = ;$
$E = 4 \text{ cm}^2$	

$$E = 4 \text{ cm}^2 \Leftrightarrow \frac{\beta \cdot v}{2} = 4$$

$$\Leftrightarrow \frac{(2 + v) \cdot v}{2} = 4$$

$$\Leftrightarrow (2 + v) \cdot v = 8$$

$$\Leftrightarrow v^2 + 2v - 8 = 0$$

Λύνουμε την εξίσωση $v^2 + 2v - 8 = 0$: $\alpha = 1$, $\beta = 2$, $\gamma = -8$

$$\begin{aligned}v_{1,2} &= \frac{-\beta \pm \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma}}{2\alpha} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8)}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 32}}{2} \\ &= \frac{-2 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{-2 \pm 6}{2}\end{aligned}$$

$$\Rightarrow v_1 = \frac{-2 + 6}{2} = \frac{4}{2} = 2, \quad v_2 = \frac{-2 - 6}{2} = \frac{-8}{2} = -4$$

Η λύση $v_2 = -4$ απορρίπτεται (το μήκος δεν μπορεί να είναι αρνητικό).

Άρα,

$$v = 2 \text{ cm}.$$

Ε. Κύκλος/κυκλικός τομέας

1. Η διάμετρος ενός κύκλου είναι ίση με 8 cm . Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο του κύκλου.

Απάντηση

$$\delta = 8 \Rightarrow 2R = 8 \Rightarrow R = 4\text{ cm}$$

Άρα,

$$E = \pi R^2 = \pi 4^2 = 16\pi\text{ cm}^2$$

και

$$\Pi = 2\pi R = 2\pi 4 = 8\pi\text{ cm}.$$

2. Το εμβαδόν ενός κύκλου είναι $25\pi\text{ cm}^2$. Να υπολογίσετε την περίμετρό του.

Απάντηση

$$E = 25\pi \Leftrightarrow 25\pi = \pi R^2 \Leftrightarrow 25 = R^2 \Leftrightarrow R = \sqrt{25} = 5\text{ cm}.$$

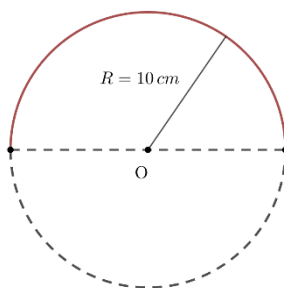
Άρα,

$$\Pi = 2\pi R = 2\pi 5 = 10\pi\text{ cm}.$$

3. Να βρείτε το μήκος της περιφέρειας ημικυκλίου ακτίνας $R = 10\text{ cm}$.

Απάντηση

$$E_{\text{ημικυκλίου}} = \frac{1}{2}\pi R^2 = \frac{1}{2}\pi 10^2 = 50\pi\text{ cm}.$$



4. Να βρείτε την περίμετρο και το εμβαδόν κυκλικού τομέα $\mu^\circ = 60^\circ$ σε κύκλο ακτίνας $R = 4\text{ cm}$.

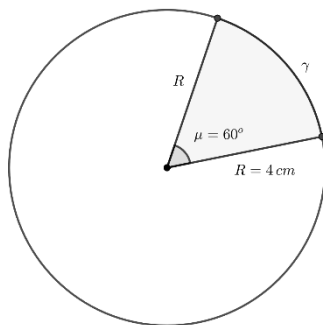
Απάντηση

$$E_{\text{κ.τομέα}} = \frac{\mu^\circ}{360^\circ}\pi R^2 = \frac{60^\circ}{360^\circ}\pi R^2 = \frac{1}{6}\pi 4^2 = \frac{16\pi}{6} = \frac{8\pi}{3}\text{ cm}^2.$$

$$\gamma = \frac{\mu^\circ}{180^\circ} \pi R = \frac{60^\circ}{180^\circ} \pi 4 = \frac{4\pi}{3} \text{ cm}$$

και άρα

$$\Pi_{\kappa.τομέα} = \gamma + 2R = \frac{4\pi}{3} + 8 = 4 \left(\frac{\pi}{3} + 2 \right) \text{ cm.}$$



5. Να βρείτε το μήκος κύκλου ο οποίος έχει εμβαδόν $16\pi \text{ cm}^2$.

Απάντηση

$$E = 16\pi \Leftrightarrow \pi R^2 = 16\pi \Leftrightarrow R^2 = 16 \Leftrightarrow R = \sqrt{16} = 4 \text{ cm.}$$

Άρα,

$$\Gamma = 2\pi R = 2\pi 4 = 8\pi \text{ cm.}$$

6. Το μήκος τόξου 120° είναι 4π . Να βρείτε το εμβαδόν του κύκλου του οποίου είναι το τόξο.

Απάντηση

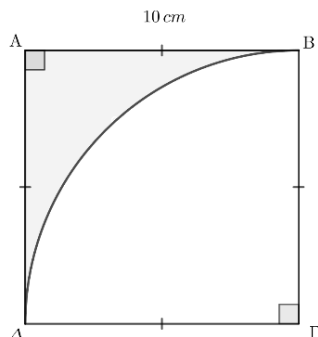
$$\begin{aligned} \gamma = 4\pi &\Leftrightarrow \frac{\mu^\circ}{180^\circ} \pi R = 4\pi \Leftrightarrow \frac{120^\circ}{180^\circ} \pi R = 4\pi \Leftrightarrow \frac{30^\circ}{180^\circ} R = 1 \Leftrightarrow \frac{R}{6} = 1 \\ &\Leftrightarrow R = 6 \text{ μον.} \end{aligned}$$

Άρα,

$$E = \pi R^2 = \pi 6^2 = 36\pi \text{ τ.μ..}$$

ΣΤ. Μικτόγραμμα σχήματα

1. Στο πιο κάτω σχήμα, το $AB\Gamma\Delta$ είναι τετράγωνο πλευράς μήκους 10 cm και το $B\Gamma\Delta$ τεταρτοκύκλιο. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου χωρίου.



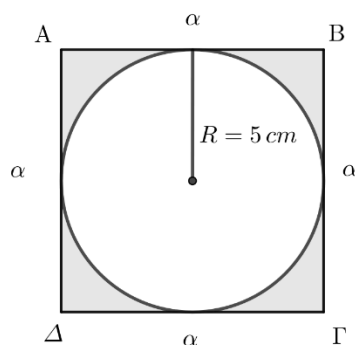
Απάντηση

$$\begin{aligned} E_{\gamma\rho.} &= E_{AB\Gamma\Delta} - E_{\text{τεταρτοκυκλίου}} = \alpha^2 - \frac{1}{4}\pi R^2 = 10^2 - \frac{1}{4}\pi 10^2 = 100 - 25\pi \\ &= 25(4 - \pi)\text{ cm}^2. \end{aligned}$$

2. Κύκλος ακτίνας $R = 5\text{ cm}$ είναι εγγεγραμμένος σε τετράγωνο. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που βρίσκεται μεταξύ του κύκλου και του τετραγώνου.

Απάντηση

$$\begin{aligned} (AB) &= \alpha = 2R = 10\text{ cm} \\ E_{\gamma\rho.} &= E_{AB\Gamma\Delta} - E_{\text{κύκλου}} \\ &= \alpha^2 - \pi R^2 = 10^2 - \pi 5^2 \\ &= 100 - 25 = 25(4 - \pi)\text{ cm}^2 \end{aligned}$$



3. Σε κύκλο κέντρου K και ακτίνας R εγγράφουμε ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$ με $(B\Gamma) = 6\text{ cm}$ και $(\Gamma\Delta) = 8\text{ cm}$. Να βρεθεί το εμβαδόν του χωρίου που βρίσκεται μεταξύ του κύκλου και του ορθογωνίου.

Απάντηση

Πυθαγόρειο Θεώρημα στο $\Delta B\Gamma\Delta$:

$$(B\Gamma)^2 + (\Gamma\Delta)^2 = (B\Delta)^2$$

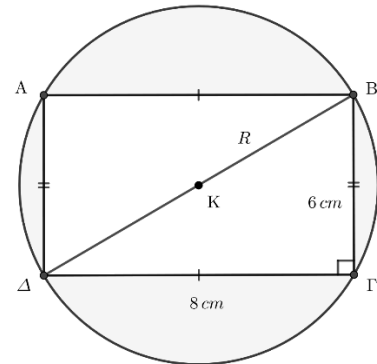
$$\begin{aligned} \Rightarrow 6^2 + 8^2 &= (B\Delta)^2 \\ \Rightarrow (B\Delta)^2 &= 36 + 64 = 100 \\ \Rightarrow (B\Delta) &= \sqrt{100} = 10 \text{ cm} \end{aligned}$$

Είναι:

$$\begin{aligned} 10 &= (B\Delta) = \delta = 2R \Rightarrow 2R = 10 \\ \Rightarrow R &= 5 \text{ cm} \end{aligned}$$

και άρα:

$$\begin{aligned} E_{\gamma\rho.} &= E_{\text{κύκλου}} - E_{AB\Gamma\Delta} \\ &= \pi R^2 - (AB) \cdot (B\Gamma) \\ &= \pi 5^2 - 8 \cdot 6 \\ &= 25\pi - 48 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



4. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $(AB) = 15 \text{ cm}$ και $(A\Gamma) = 9 \text{ cm}$. Με διάμετρο την πλευρά $B\Gamma$, γράφουμε ημικύκλιο, έξω από το τρίγωνο. Να βρεθεί το εμβαδόν του χωρίου το οποίο αποτελείται από τα δύο αυτά σχήματα.

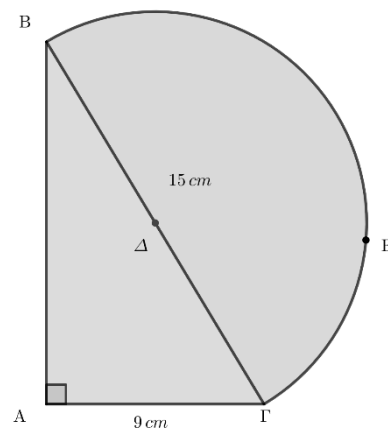
Απάντηση

Πυθαγόρειο Θεώρημα στο $\Delta AB\Gamma$:

$$\begin{aligned} (AB)^2 + (A\Gamma)^2 &= (B\Gamma)^2 \\ \Rightarrow (AB)^2 + 9^2 &= 15^2 \\ \Rightarrow (AB)^2 &= 225 - 81 = 144 \\ \Rightarrow (AB) &= \sqrt{144} = 12 \text{ cm} \end{aligned}$$

Ημικύκλιο $B\Gamma$:

$$R = \frac{(B\Gamma)}{2} = \frac{15}{2} \text{ cm}$$



και

$$E_{\eta\mu.B\Gamma} = \frac{1}{2}\pi R^2 = \frac{1}{2}\pi \left(\frac{15}{2}\right)^2 = \frac{225\pi}{8} \text{ cm}^2$$

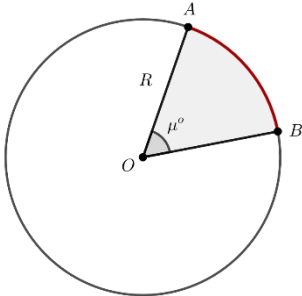
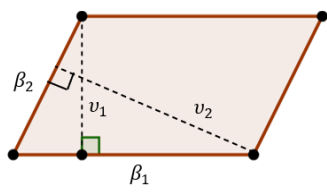
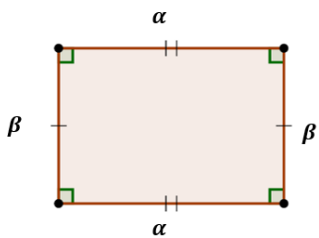
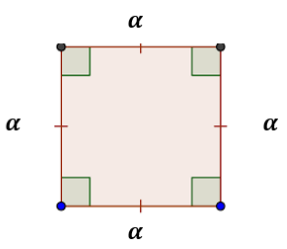
Τρίγωνο $AB\Gamma$:

$$E_{AB\Gamma} = \frac{\beta \cdot v}{2} = \frac{(A\Gamma) \cdot (AB)}{2} = \frac{9 \cdot 12}{2} = 54 \text{ cm}^2.$$

Άρα,

$$E_{\gamma\rho\alpha\mu\mu.} = E_{\eta\mu.BE\Gamma} + E_{AB\Gamma} = \frac{225\pi}{8} + 54 \text{ cm}^2.$$

Τυπολόγιο

$E_{\kappa\upsilon\kappa\lambda\omicron\nu} = \pi R^2$	Μήκος κύκλου: $\Gamma = 2\pi R$
Εμβαδόν κυκλικού τομέα: $E_{\kappa.\tau\omicron\mu.} = \frac{\mu^{\circ}}{360^{\circ}} \pi R^2$ Μήκος τόξου: $\gamma = \frac{\mu^{\circ}}{360^{\circ}} 2\pi R = \frac{\mu^{\circ}}{180^{\circ}} \pi R$	
Παραλληλόγραμμο $E = \beta_1 \cdot \nu_1 = \beta_2 \cdot \nu_2$ $\Pi = 2\beta_1 + 2\beta_2 = 2(\beta_1 + \beta_2)$	
Ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $E = \alpha \cdot \beta$ $\Pi = 2\alpha + 2\beta = 2(\alpha + \beta)$	
Τετράγωνο $E = \alpha^2$ $\Pi = 4\alpha$	
Ορθογώνιο τρίγωνο $E_{AB\Gamma} = \frac{\beta \cdot \gamma}{2} = \frac{\alpha \cdot \nu_{\alpha}}{2}$ Πυθαγόρειο Θεώρημα: $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2$	