

ΕΝΟΤΗΤΑ 02: Τριγωνομετρία¹

2.4 Μετατροπή τριγωνομετρικών αριθμών γωνίας σε τριγωνομετρικούς αριθμούς οξείας γωνίας

Υπενθυμίσεις:

Πότε δύο γωνίες θ και φ ονομάζονται:

(α) συμπληρωματικές;

(β) παραπληρωματικές;

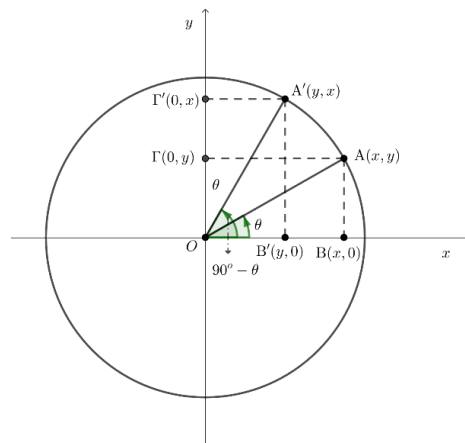
Θα προσδιορίσουμε τη σχέση μεταξύ των τριγωνομετρικών γωνιών δύο συμπληρωματικών γωνιών.

Αναπαριστούμε δύο συμπληρωματικές γωνίες (οι οποίες είναι προφανώς οξείες) στον τριγωνομετρικό κύκλο, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

Παρατηρώ ότι οι γωνίες $A\hat{O}B$ και $A'\hat{O}G'$ είναι και άρα τα τρίγωνα OAB και $OA'G'$ είναι, γιατί:

Άρα:

$$(OG) \dots\dots (OB) \quad \text{και} \quad (AB) \dots\dots (A'G')$$



¹ Σχολικό βιβλίο: **Μαθηματικά Α' Λυκείου, Κοινού Κορμού, Β' Έκδοση ΥΑΠ 2020, Τεύχος Α', σελ. 43-80**

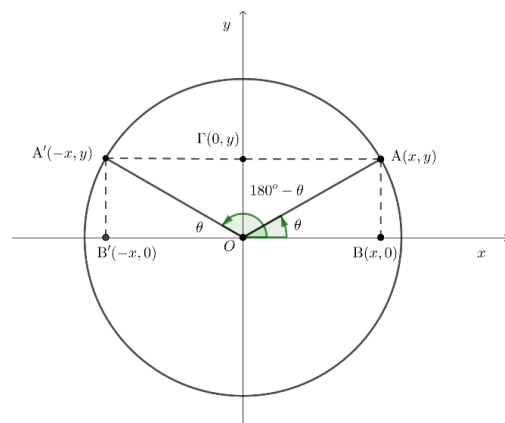
Ποια σχέση έχουν οι τριγωνομετρικοί αριθμοί ημίτονο και συνημίτονο των δύο γωνιών θ και $90^\circ - \theta$;

Τι συμπέρασμα βγάξετε για τη σχέση μεταξύ της εφαπτομένης και της συνεφαπτομένης των δύο γωνιών; Δώστε απόδειξη για τους ισχυρισμούς σας.

Θα προσδιορίσουμε τη σχέση μεταξύ των τριγωνομετρικών γωνιών δύο **παραπληρωματικών** γωνιών.

Αναπαριστούμε δύο παραπληρωματικές γωνίες θ και $180^\circ - \theta$ στον τριγωνομετρικό κύκλο, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

Παρατηρούμε ότι η τελική πλευρά της γωνίας θ αντιστοιχεί στο σημείο $A(x, y)$ και η τελική πλευρά της παραπληρωματικής της, στο σημείο $A'(-x, y)$.



Συνεπώς, για τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών θ και $180^\circ - \theta$ έχουμε ότι συνδέονται μεταξύ τους ως εξής:

Ασκήσεις

1. Να μετατρέψετε τους πιο κάτω τριγωνομετρικούς αριθμούς σε τριγωνομετρικούς αριθμούς οξείας γωνίας:

(α) $\eta\mu 145^\circ =$

(β) $\sigma\upsilon\nu 105^\circ =$

(γ) $\varepsilon\varphi 132^\circ =$

(δ) $\sigma\varphi 155^\circ =$

2. Να συμπληρώσετε τα κενά στις πιο κάτω ισότητες:

(α) $\eta\mu 110^\circ = \eta\mu \dots$

(β) $\sigma\upsilon\nu 135^\circ = \dots 45^\circ$

(γ) $\varepsilon\varphi 140^\circ = -\varepsilon\varphi \dots$

(δ) $\sigma\upsilon\nu 55^\circ = \eta\mu \dots$