6.5 ΕΙΔΙΚΕΣ ΑΚΟΛΟΥΘΙΕΣ

Δραστηριότητες σελ. 101 (Αριθμητική πρόοδος)

1.	**(α) ΛΑΘΟΣ** **(β) ΣΩΣΤΟ** Δες το αντίστοιχο Θεώρημα **(γ) ΣΩΣΤΟ** α,β,γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου$\Leftrightarrow 2\beta=\alpha+\gamma$ **(δ) ΛΑΘΟΣ** Έχουμε $$\alpha_\nu-\alpha_1=\alpha_1+(\nu-1)\delta-\alpha_1=(\nu-1)\underbrace{\delta}_{1}=\nu-1$$ **(ε) ΣΩΣΤΟ** Αφού η ακολουθία $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\alpha_5,\cdots$ είναι Α.Π., τότε $\alpha_1+\alpha_3=2\alpha_2$ και $\alpha_3+\alpha_5=2\alpha_4$ Προσθέτοντας τις 2 αυτές σχέσεις, έπεται ότι $\alpha_1+2\alpha_3+\alpha_5=2(\alpha_2+\alpha_4)$. Αλλά με το ίδιο επιχείρημα με πρίν, έχουμε ότι $\alpha_2+\alpha_4=2\alpha_3$ και αρα $$\begin{cases}\alpha_1+2\alpha_3+\alpha_5=2(\alpha_2+\alpha_4)\\ \alpha_2+\alpha_4=2\alpha_3\end{cases}\Rightarrow \alpha_1+\alpha_5=2\alpha_3$$ Από το Θεώρημά μας, έχουμε ότι οι όροι$\alpha_1,\alpha_3,\alpha_5$ αποτελούν διαδοχικούς όρους Α.Π. κ.ο.κ.
2.	$\alpha_1=-2,\delta=3$ **(α)** Έχουμε $\alpha_{10}=\alpha_1+9\delta=-2+27=25$ **(β)** Έχουμε $$\sum_{100}=\frac{100[2\cdot\alpha_1+99\delta]}{2}=50[-4+297]=14650$$
3.	Έστω $\nu\in\mathbb{N}$ σταθεροποιημένο. Τότε $$\alpha_\nu+\alpha_{\nu+2}=3-5\nu+3-5(\nu+2)=4-10\nu=2(2-5\nu)$$ *και* $\alpha_{\nu+1}=3-5(\nu+1)=2-5\nu$ Έτσι, $\alpha_\nu+\alpha_{\nu+2}=2\alpha_{\nu+1}$ και αφού το ν ήταν τυχόν, έχουμε ότι η ακολουθία αποτελεί Α.Π..
4.	$\begin{cases}\alpha_1=-6\\ \alpha_7=15\end{cases}$ $$\alpha_7=15\Rightarrow 15=\alpha_1+6\delta\Rightarrow 15=-6+6\delta\Rightarrow\delta=\frac{21}{6}=\frac{7}{2}.$$ Άρα, $$\alpha_{27}=\alpha_1+26\delta=-6+26\cdot\frac{7}{2}=-6+13\cdot 7=91-6=85.$$
5.	Αφού η ακολουθία είναι ΑΠ., τότε $\alpha_1+\alpha_3=2\alpha_2$. Από υπόθεση είναι $\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=9$. Έτσι, $$\begin{cases}\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=9\\ \alpha_1+\alpha_3=2\alpha_2\end{cases}\Rightarrow\alpha_2+2\alpha_2=9\Rightarrow\alpha_2=3\Rightarrow\alpha_1+\delta=3\ (*)$$ Επίσης, από υπόθεση είναι $$\alpha_6-\alpha_5-\alpha_4=2\Rightarrow\alpha_1+5\delta-\alpha_1-4\delta-\alpha_1-3\delta=2\Rightarrow\alpha_1+2\delta=-2\ \ (**)$$ Λύνοντας σύστημα ως προς α_1,δ τις $(*)$ και $(**)$ λαμβάνουμε ότι $\delta=-5$ και $\alpha_1=8$. Έτσι, η Α.Π. είναι η $$8,3,-2,-7,\cdots$$
6.	Παρατηρούμε ότι οι όροι της ακολουθίας $$8,11,14,\cdots,158,\cdots$$ αποτελούν όρους Α.Π.. Πράγματι είναι $\alpha_1+\alpha_3=22=2\cdot 11=2\cdot\alpha_2$. Είναι $\delta=\alpha_2-\alpha_1=3$. Επίσης,

$$\alpha_\nu = 158 \Leftrightarrow \alpha_1 + (\nu - 1)\delta = 158 \Leftrightarrow 8 + (\nu - 1)3 = 158 \Leftrightarrow \nu = 51$$

Άρα

$$8 + 11 + \cdots + 158 = \sum\nolimits_{51} = \frac{51[2 \cdot 8 + (51 - 1)3]}{2} = 4233$$

7. $\alpha_1 = 1, \delta = 2, \alpha_\nu = 99$

(α) Έχουμε $\alpha_\nu = 99 \Leftrightarrow \alpha_1 + (\nu - 1)\delta = 99$

$$\Leftrightarrow 1 + (\nu - 1)2 = 99 \Leftrightarrow \nu = 50 \; \sigma\varepsilon\iota\rho\acute{\varepsilon}\varsigma$$

(β) Έχουμε

$$\sum\nolimits_{50} = \frac{50[2 \cdot 1 + 49 \cdot 2]}{2} = 50[-4 + 297] = 2500 \; \sigma\tau\rho\alpha\tau\iota\acute{\omega}\tau\varepsilon\varsigma$$

8. $\sum_\nu = 5\nu^2 - \nu$

$$\alpha_\nu = \sum\nolimits_\nu - \sum\nolimits_{\nu-1} = 5\nu^2 - \nu - 5(\nu - 1)^2 + \nu - 1 = 10\nu - 6 = 2(5\nu - 3), \qquad \nu \in \mathbb{N}$$

Τότε (για ν τυχαίο)

$$\alpha_\nu + \alpha_{\nu+2} = 2(5\nu - 3) + 2(5\nu + 7) = 20\nu + 8 = 4(5\nu + 2)$$

και

$$\alpha_{\nu+1} = 2(5\nu + 2)$$

Έτσι, $\alpha_\nu + \alpha_{\nu+2} = 2\alpha_{\nu+1}$ και αφού το ν ήταν τυχόν, έχουμε ότι η ακολουθία αποτελεί Α.Π..